

# Puissances et racines – Exercices complémentaires

Réponses – Version corrigée du 19 septembre 2007

1. a)  $3^{20}$       b)  $3^9$       c)  $5^7$       d)  $2^{12}$
2.  $(3^5)^4 = 3^{20} < 3^{(5^4)}$  car  $20 < \underbrace{25}_{5^2} < 5^4$
3. a)  $x^{2n} - 2x^n + 1$       b)  $81a^4b^8c^{12}$       c)  $\frac{a}{2x^2y}$
4. a)  $-2^{21}$       b)  $2^{20}$       c)  $2^{12}$  NB : Attention à l'écriture des parenthèses :  
 $-2^6 = -(2^6) = -64$  mais  $(-2)^6 = 64$
5. 1 milliard =  $10^9 \cong 2^{30}$
6. a)  $6^5$       b)  $(4ax^2y^3)^3$
7.  $(2^2 \cdot 3)^{15} = 12^{15} = 2^{30} \cdot 3^{15}$
8. et 9. a)  $\frac{3^6}{2^{12}} = 3^6 \cdot 2^{-12}$       b)  $\frac{2^4 \cdot 3^8}{5^8} = 2^4 \cdot 3^8 \cdot 5^{-8}$
10.  $\left(\frac{3}{4}\right)^5 : \left(\frac{27}{8}\right)^5 = \frac{3^5}{4^5} : \frac{27^5}{8^5} = \frac{3^5}{2^{10}} : \frac{3^{15}}{2^{15}} = 3^5 2^{-10} \cdot 3^{-15} \cdot 2^{15} = 2^5 \cdot 3^{-10} = \frac{2^5}{3^{10}}$   
calcul effectué :  $= \frac{32}{59049} \cong 5.419228 \cdot 10^{-4}$
11. a)  $\frac{ax^3}{(xy^5)^2} = ax^3x^{-2}y^{-10} = axy^{-10}$       b)  $a^2x^3y^4z^{-5}$
12. a)  $a^3x^3y^{-30}$       b)  $a^6x^9y^{12}z^{-15}$
13.  $85 \cdot 365.25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 70 \cong 3.13 \cdot 10^9 = 3.13$  milliards
14. a)  $2^5 \sqrt[3]{2} = 32 \sqrt[3]{2}$       b)  $xy \sqrt[4]{a^3xy^3}$       c)  $\sqrt{3}$
15. a)  $E = \sqrt[3]{a^2\sqrt{a^3}} = \sqrt[3]{\sqrt{a^4 \cdot a^3}} = \sqrt[6]{a^7}$   
b)  $(a^2 \cdot a^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{7}{6}}$  calcul de fractions :  $(2 + \frac{3}{2}) \cdot \frac{1}{3} = \frac{7}{6}$   
c)  $a = 64 = 2^6 \Rightarrow E = 2^7 = 128$
16.  $E^2 = 6 - \sqrt{11} + 6 + \sqrt{11} + 2\sqrt{6^2 - 11} = 12 + 2\sqrt{25} = 22 \rightarrow E = \sqrt{22}$
17. On amplifie par le «conjugué» du dénominateur, avec la ou les mêmes racines et en changeant le signe.  
a)  $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} = \frac{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \frac{3+2\sqrt{2}}{2-1} = 3 + 2\sqrt{2}$       b)  $2\sqrt{3} + 3$
18. Exercices 4.2 du livre .....
19.  $\sqrt{\frac{2\sqrt[3]{16}}{\sqrt{8}}} = \left(2 \cdot 2^{\frac{4}{3}} \cdot 2^{-\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{5}{12}} \cong 1.334839854$
20. a) b)  $ax^{\frac{3}{2}}y^{-\frac{5}{2}} = \frac{a\sqrt{x^3}}{\sqrt{y^5}} = a\sqrt{\frac{x^3}{y^5}}$