Analyse 3M – Exercice 2 – p. 1 [37]

	Fonction	ED	Dérivée
a	$\ln(x-1)$	$\{x \mid x>1\} = \,]1;\infty[$	$\frac{1}{x-1}$
b	$\ln(1-x)$	$\{x \mid x<1\} = \,]-\infty;1[$	$\frac{-1}{1-x} = \frac{1}{x-1}$ (-1 représente la dérivée intérieure)
c	$\ln(\lvert 1-x\rvert)$	$\{x \mid x\neq 1\}$ $= \,]-\infty;1[\cup]1;\infty[\, = \mathbb{R}\setminus 1$	$\lvert 1-x\rvert = \begin{cases} 1-x & \text{si } x<1 \\ x-1 & \text{si } x>1 \end{cases}$ On se retrouve donc soit dans le cas a) soit dans le cas b) Dans les deux cas, la dérivée est $f'(x)=\frac{1}{x-1}$
d	$\ln\frac{x^2}{1-x}$	Le numérateur est toujours positif ou nul, et il ne doit pas être nul. Le dénominateur doit alors être strictement positif. $\{x \mid x<1 \text{ et } x\neq 0\}$ $= \,]-\infty;0[\cup]0;1[$	$f(x)=\ln\frac{x^2}{1-x} = 2\ln(x)-\ln(1-x)$ $f'(x)=2\cdot\frac{1}{x}-\frac{-1}{1-x} = \frac{2(1-x)+x}{x(1-x)}=\frac{2-x}{x(1-x)}=\frac{x-2}{x(x-1)}$
e	$\ln\sqrt{3-x^2}$	Il faut que $3-x^2$ soit strictement positif $\{x \mid x^2<3\} = \,]-\sqrt{3};\sqrt{3}[$	$f(x)=\ln\sqrt{3-x^2} = \frac{1}{2}\ln(3-x^2)$ $f'(x)=\frac{1}{2}\cdot\frac{-2x}{3-x^2}=\frac{x}{x^2-3}$
f	$\ln(3x^5)$	$]0;\infty[$	$f(x)=\ln(3x^5)=\ln(3)+5\ln(x)$ $f'(x) = 5\cdot\frac{1}{x} = \frac{5}{x}$ [ln(3) est une fonction constante, sa dérivée est nulle]
g	$\ln\frac{(x^2+2)(x^2-1)}{x^2+3}$	Il faut évaluer le signe de cette fraction rationnelle. Mais deux des facteurs étant strictement positifs, il suffit de regarder x^2-1 $\{x \mid x^2>1\} = \,]-\infty;-1[\cup]1;\infty[$	$f(x)=\ln\frac{(x^2+2)(x^2-1)}{x^2+3}=\ln(x^2+2)+\ln(x^2-1)-\ln(x^2+3)$ $f'(x)=\frac{2x}{x^2+2}+\frac{2x}{x^2-1}-\frac{2x}{x^2+3}=$ $2x\cdot\frac{(x^2-1)(x^2+3)+(x^2+2)(x^2+3)-(x^2+2)(x^2-1)}{(x^2+2)(x^2-1)(x^2+3)}$ $=\frac{x^4+6x^2+5}{(x^2+2)(x^2-1)(x^2+3)}=\frac{(x^2+5)(x^2+1)}{(x^2+2)(x^2-1)(x^2+3)}$
h	$x\ln(x)-x$	$]0;\infty[$	$f(x)=x\ln(x)-x$ $f'(x)=1\cdot\ln(x)+x\cdot\frac{1}{x}-1=\ln(x)$ On en déduit que $x\ln(x)-x$ est une primitive de ln(x)
i	$\ln(\lvert\cos(x)\rvert)$	Il faut enlever toutes les valeurs pour lesquelles $\cos(x)$ est nul c'est-à-dire les multiples de π par un entier impair $\mathbb{R}\setminus\{(2k+1)\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$	$f(x)=\ln(\lvert\cos(x)\rvert)$; $\lvert\cos(x)\rvert=\pm\cos(x)$ selon que $\cos(x)>0$ ou <0 $f'(x)=\frac{\mp\sin(x)}{\pm\cos(x)}=-\tan(x)$ (on a le même signe dans les deux cas)