

# Quadrilatères et milieux

## Situation

Dessiner sur de papier quadrillé un quadrilatère  $ABCD$  donné par la figure ci-contre

(une unité = deux carrés). Le point  $O$  est l'origine du système de coordonnées.

On pose alors

$$\begin{aligned}\vec{a} &= \overrightarrow{OA} \\ \vec{b} &= \overrightarrow{OB} \\ \vec{c} &= \overrightarrow{OC} \\ \vec{d} &= \overrightarrow{OD}\end{aligned}$$

## 1. Observation géométrique

On construit successivement :

Les milieux  $E$  et  $F$  des côtés  $AB$  et  $CD$

Les milieux  $G$  et  $H$  des côtés  $BC$  et  $AD$

Les milieux  $I$  et  $J$  des diagonales  $AC$  et  $BD$

Les segments  $EF$ ,  $GH$ ,  $IJ$ .

Que constate-t-on ?

## 2. Calcul vectoriel

En utilisant la règle « milieu = moyenne », exprimer en fonction des vecteurs  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ , et  $\vec{d}$  les vecteurs suivants :  $\overrightarrow{OE}$ ,  $\overrightarrow{OF}$ ,  $\overrightarrow{OG}$ ,  $\overrightarrow{OH}$ ,  $\overrightarrow{OI}$ , et  $\overrightarrow{OJ}$ .

Ensuite, posons  $P$  = milieu de  $EF$ ,  $Q$  = milieu de  $GH$ , et  $R$  = milieu de  $IJ$

Calculer alors les vecteurs suivants :  $\overrightarrow{OP}$ ,  $\overrightarrow{OQ}$ ,  $\overrightarrow{OR}$ . Que constate-t-on ?

## 3. Conclusion géométrique

Énoncer un théorème géométrique qui résulte de ces observations et de ce calcul.

