Probabilités – Notes de résolutions de problèmes

3.24 – Epreuve de Bernoulli

On suppose les prélèvements indépendants. Il s'agit donc d'épreuve de Bernouilli, avec probabilité pour charque article de 4% d'être défectueux et 96% d'être en ordre.

Probabilité de 0 article défecteux = probabilité 50 articles ok = $B(0, 50, 0.04) = 0.96^{50} \cong 0.1299 = 12.99\%$

Probabilité de 1 article défecteux = $B(1, 50, 0.04) = 50 \cdot 0.04 \cdot 0.96^{49} \cong 0.2706 = 27.06\%$

Probabilité de 2 article défecteux = $B(2, 50, 0.04) = C_2^{50} \cdot 0.04 \cdot 0.96^{48} \cong 0.2762 = 27.62\%$

La somme de ces trois probabilités donne la probabilité de moins de trois articles défectueux. Elle est de $\sim 0.6767 = 67.67\%$, soit environ $^2/_3$

Probabilité de plus de 4 article défecteux = contraire de 4 articles défectueux ou moins

On a déjé les probabilités de moins de 3 articles défectueux. Il faut ajouter celle pour 3 et 4 articles défectueux.

Probabilité de 3 articles défecteux : $B(3, 50, 0.04) = C_3^{50} \cdot 0.04^3 \cdot 0.96^{47} \cong 0.1842 = 18.42\%$

Probabilité de 4 articles défecteux : $B(4, 50, 0.04) = C_4^{50} \cdot 0.04^4 \cdot 0.96^{46} \cong 0.0902 = 9.02\%$

Probabilité de 4 ou moins : $67.67\% + 18.42\% + 9.02\% = 95.10\%$

La probabiilté d'avoir plus de 4 articles défectueux est donc de $1 - 95.10\% = 4.90\%$

4.13 – Probabilité conditionnelle

Univers : le couples de chiffres obtenus (on considère des dés distinguables pour avoir un univers d'issues équiprobables !)

a) $P(\text{Total} = 6 \mid \text{Chiffres diff.}) = \dfrac{P(\text{Total} = 6 \text{ avec chiffres diff.})}{P(\text{Chiffres diff.})}$

Il suffit de compter le nombre d'issues, puisqu'elles sont équiprobables.

« Total = 6 » : $1 + 5$; $2 + 4$; $3 + 3$; $4 + 2$; $5 + 1$; : 5 issues, donc 4 seulement avec deux chiffres différents

« Chiffres différents » : 6 possibilités pour un dé, 5 pour l'autre, soit 30 issues.

Probabilité cherchée = $^4/_{30} = {^2/_{15}} \cong 13.33\%$

b) $P(\text{Total} < 5 \mid \text{Chiffres diff.}) = \dfrac{P(\text{Total} < 5 \text{ avec chiffres diff.})}{P(\text{Chiffres diff.})}$

« Total < 5 » : on peut les dessiner ou les émérer :$1 + 1$; $1 + 2$; $1 + 3$; $2 + 1$; $2 + 2$; $3 + 1$: 6 issues, donc 4 avec deux chiffres différents

Résultat identique à celui de la question précédente

4.18

a) Tirage des deux pièces indépendants l'un de l'autre. Donc la probabilité que les deux soit ok est le produit des probabilité que chacune le soit : $\frac{5}{8} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{8}$

b) Une seule pièce défectueuse : soit la première, soit la seconde. $\frac{3}{8} \cdot \frac{3}{5} + \frac{5}{8} \cdot \frac{2}{5} = \frac{19}{40} = 47.5\%$

c) Faites un arbre pour plus de clarté... Dans le calcul de b), le premier terme correspond à « Une pièce défectueuse de la boîte A »

La probabilité cherchée est donc $\dfrac{\frac{3}{8} \cdot \frac{3}{5}}{\frac{3}{8} \cdot \frac{3}{5} + \frac{5}{8} \cdot \frac{2}{5}} = \dfrac{9}{19}$