3M05 – Analyse : primitives, intégrales, aires et volumes (p. 16s)

Primitives

Ex. 1 : Dériver la fonction à droite pour vérifier si on retrouve la fonction sous le signe $\int \cdots dx$

Pour ceux qui contiennent des racines, il est généralement plus facile d'utiliser la notation en exposant fractionnaire, puis de revenir à une expression avec des racines.

Sélection : a – d

Ex. 2-3 : Trouver des primitives

Les polynomiales sont faciles. Celles avec des fonctions trigonométriques nécessitent l'usage de la table !

Sélection : 2. a – j // 3. a, c, g, h, i, k

Ex. 4-5 : primitives avec «dérivée interne»

Sélection : 4 colonne de gauche, 5 a, b, c, f, i, m, o

Note : pour le 5b, il faut séparer l'expression en somme de trois fractions (fait en classe)

pour le 5 i, comme il y a un carré mais pas de facteur correspondant à une dérivée interne, on est obligé d'effectuer le carré.

Ex. 6-8

Trouver une fonction f en connaissant sa dérivée première f' et une condition du genre $f(a) = b$,

ou en connaissant sa dérivée seconde f' et deux « conditions aux limites » du genre $f(a) = b$ et $f'(c) = d$

Sélection 6 a et c, 8 a

Intégrales définies

Ex. 10 : calcul d'intégrales définies

Exercices techniques faciles (mais certains un peu long à calculer)

Sélection : a, c, g, m, o

Ex. 12 : similaire, certains avec fonction trigonométrique

Sélection : h

Calculs d'aires

Ex. 13 : sélection a, d – Il faut d'abord trouver où les graphes coupent l'axe des x pour déterminer les bornes d'intégration. Ci-contre, illustration du graphe de la fonction pour l'exercice 13 d.

Ex. 14 à 16 : sélection

14 a, 15 e : mettre les deux fonctions sous la forme $y = f(x)$ et $y = g(x)$, trouver où les graphes se coupent en posant l'équation $f(x) = g(x)$ pour déterminer les bornes d'intégration.

14 f : idem mais on a déjà les fonctions f et g explicitement.

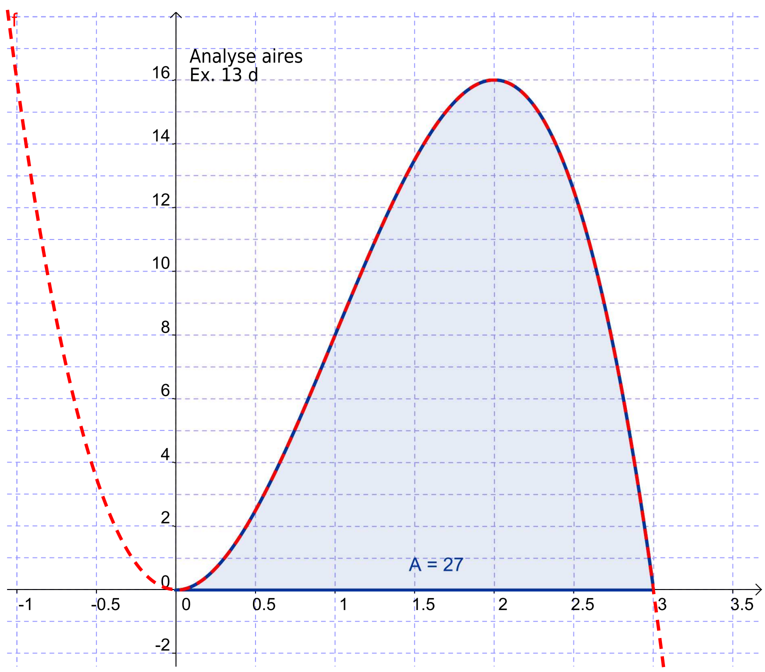

FIGURE 0.1:

—

—

—

15 a : changer de rôles entre x et y : trouver x en fonction de y : $x = g(y)$,
puis déterminer les bornes d'intégration en calculant où le graphe coupe l'axe des y (équation $g(y) = 0$), et enfin calculer l'aire au moyen d'une intégrale de la forme $\int_a^b g(y)dy$

16 : séparer en deux morceaux, l'un à gauche de 1, l'autre à droite de 1.

Calculs de volumes (ex. 19 et s)

Exercice complémentaire avec une aire et un volume pour le cas le plus simple

Soit f la fonction donnée par $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{2x+1}}$

- Calculer l'aire de la zone comprise entre l'axe Ox, les droites $x = 0$ et $x = 13$, et le graphe de f [réponse : 6]
- Calculer le volume engendré par la rotation de cette zone autour de l'axe Ox [réponse : 3π]