

Analyse

Exercices sur les extensions (∞) et les applications de l'intégrale (aires)

1^{er} novembre 2008

◇ Exercice 5.18 en entier

Théorie : L'intégrale étendue à un intervalle infini est une limite de l'intégrale sur un intervalle fini quand une des bornes tend vers l'infini. En pratique, il suffit de s'assurer qu'il n'y a pas de valeurs infinies de la fonction entre les bornes et de calculer comme dans le cas fini, avec la règle que $1/\infty = 0$.

Indications pour les deux derniers

9) pour calculer l'intégrale, effectuer la substitution $z = \tan(t)$ [il faut y penser..., en fait cela marche grâce à la formule de la dérivée de $\tan(t)$ et à la présence du $z^2 + 1$ au dénominateur]

10) changement de variable simple : $\sqrt{x} = u$

◇ Exercice 5.19 – 1, 3, 4, 5

◇ Exercice 5.23 – 1, 2, 3, 4

Méthode :

- Brève étude des deux fonctions et graphe, au moins schématiquement
- Trouver les points d'intersection des deux courbes
- Calculer l'intégrale

Pour deux fonctions f_1 et f_2 dans une région où le graphe de f_1 est au-dessus du graphe de f_2 , l'aire entre les courbes est donnée par $\int_a^b (f_1 - f_2) dx$

◇ Exercice 5.24

Vous aurez avantage à faire un graphique avec une échelle élargie pour les x , 5 ou 10 carrés comme unité, et une échelle plus serrée pour les y .

Remarquez que le calcul de l'aire doit être décomposé en deux, car la surface est en deux morceaux...

Il vous est loisible de créer vos graphiques avec Geogebra

(par exemple en ligne : <http://math.silvaos.org/GeoGebra3/index.html>)