Analyse

Réviser / exercer / maîtriser les techniques d'intégration

1) Intégration simple de fonctions polynomiales ou de fonction dont on trouve la primitive directement ou dans les tables

2) Intégration quand on a une forme $f(g(x))\, h(x)\, \mathrm{d}x$ où $h(x)$ est proportionnel à $g'(x)$ [dérivée intérieure de la fonction composée $f(g(x))$]

3) Intégration par **changement de variable** selon les deux formes indiquées en p. 173.

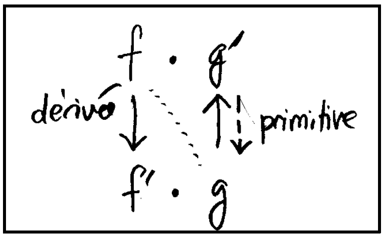
   a) La première forme revient au même que l'observation d'une dérivée intérieure du cas 2) ci-dessus, en évitant de devoir «essayer et corriger».
   – Substitution : $f(x) = u$; $f'(x)\, \mathrm{d}x = \mathrm{d}u$.
   – Remplacer les limites d'intégration x_1 et x_2 par $u_1 = f(x_1)$ et $u_2 = f(x_2)$
   ➔ *Exercices dans la série 5.12, p. 184.*

   b) Deuxième forme : principe identique mais «dans l'autre sens»
   – Substitution : $x = f(t)$; $\mathrm{d}x = f'(t)\, \mathrm{d}t$;
   – Remplacer les limites d'intégration x_1 et x_2
   par t_1 et t_2 tels que $x_1 = f(t_1)$ et $x_2 = f(t_2)$
   ➔ *Exercices dans la série 5.13*

4) Intégration **par parties**. Formule en 3.2 p. 174 du livre bleu. Explication :
   Comme $(fg)' = f'g + fg'$, on a
   $fg' = (fg)' - f'g$ et en prenant la primitive terme à terme de cette égalité, on obtient, écrit en notation abrégée

$$\int (fg') = fg - \int (f'g)$$

Lorsqu'on ne sait pas intégrer fg'
mais qu'on sait comment intégrer $f'g$,
on peut utiliser cette formule.
Cela signifie qu'on remplace dans le produit
– un des facteurs par sa dérivée
– et l'autre par sa primitive, selon le schéma ci-contre.



Exemple du livre :
On ne sait pas trouver de primitive de $x \sin(x)$, mais
– si on dérive x on obtient 1,
– on connaît une primitive de $\sin(x)$, à savoir $-\cos(x)$,
– et on sait intégrer $1 \cdot -\cos(x) = -\cos(x)$.
On peut donc appliquer cette formule et le tour est joué !

$$\int_{\square}^{\square} \underbrace{x \cdot \sin(x)}_{\substack{f \cdot g' \\ f' \cdot g \\ 1 \cdot \cos(-x)}} dx = \underbrace{x \cdot [-\cos(x)]}_{f \cdot g} \Big|_{\square}^{\square} - \int_{\square}^{\square} \underbrace{1 \cdot [-\cos(x)]}_{f' \cdot g} dx$$

➔ *Exercices : série 5.14 – 1, 2 [en appliquant la méthode deux fois de suite] et 6, 5.15, et le 5.13–1) qui peut être résolu ainsi*