

Expérimentation sur les transformations de fonctions – corrigé

(fascicule Analyse 2MS – Macchi – 2003 – p. 22-23)

1. Créer le graphe d'une fonction exemple f définie par $f(x) = \frac{x^3}{4} - x$
 Ecrire dans la ligne de saisie $f(x)=x^3/4-x$; colorier le graphe en rouge et l'épaissir (propriétés, couleur / style) – Etablir d'après le graphe le **TdS de cette fonction**

Ctrl_souris (= bouton droit) permet entre autre de cacher/montrer les objets.

x		-2		0		2	
$f(x)$	-	0	+	0	-	0	+

2. Créer un curseur pour une variable – il contrôle une variable a (ajuster la largeur à 200)
 Créer le graphe d'une fonction $g_1 : x \mapsto g_1(x) = f(x) + a$; ligne de saisie : $g_1(x)=f(x)+a$
 La colorier en vert – Utiliser le curseur et la souris pour faire varier le paramètre a
 🖱 **Observer comment varie l'équation et la courbe, et son rapport avec le graphe de f**
 🖱 Le graphe de g_1 est obtenu par translation verticale d'amplitude a de celui de f
3. Créer un curseur pour une variable – il contrôle une variable b
 Créer le graphe de la fonction $g_2 : x \mapsto g_2(x) = b \cdot f(x)$; ligne de saisie $g_2(x) = b*f(x)$
 colorier en bleu – utiliser le curseur et la souris pour faire varier le paramètre b 🖱
 🖱 Le graphe de g_2 est obtenu par étirement vertical de facteur b de celui de f
4. Observer ce qui se passe quand $b = -1$ 🖱
 🖱 Cela correspond à une symétrie d'axe Ox
5. Créer un curseur pour une variable – il contrôle une variable c
 Créer le graphe d'une fonction $h_1 : h_1 : x \mapsto h_1(x) = f(x - c)$; ligne de saisie $h_1(x) = f(x-c)$;
 colorier la courbe – utiliser le curseur et la souris pour faire varier le paramètre c 🖱
 🖱 Le graphe de h_1 est obtenu par translation horizontale d'amplitude c de celui de f
 NB : avec $h_1(x) = f(x - 2)$ on a une translation vers la droite, et avec $h_1(x) = f(x + 2)$, vers la gauche
6. Créer un curseur pour une variable – il contrôle une variable d
 Créer le graphe de la fonction $h_2 : x \mapsto h_2(x) = f\left(\frac{x}{d}\right)$; ligne de saisie $h_2(x) = f(x/d)$
 Colorier la courbe – utiliser le curseur et la souris pour faire varier le paramètre d 🖱
 🖱 Le graphe de h_2 est obtenu par étirement horizontal de facteur d de celui de f
 NB : avec $h_2(x) = f(x/2)$ on a un étirement horizontal de facteur 2 (agrandissement horizontal),
 avec $h_2(x) = f(2x)$, on a un étirement de facteur 2 (réduction horizontale !)
7. Observer ce qui se passe quand $d = -1$
 🖱 Cela correspond à une symétrie d'axe Oy
8. Dessiner le graphique de la fonction $k : x \mapsto k(x) = |g_1(x)|$, ligne de saisie : $k(x) = \text{abs}(g_1(x))$
 Colorier et mettre en épais traitillé. Faire varier a , observer le rapport avec le graphe de g_1 🖱
 🖱 Le graphe de k «symétrise» les parties de la courbe qui sont au-dessous de l'axe Ox

Note : essayer aussi avec $k : x \mapsto k(x) = g_1(|x|)$ – 🖱 cela correspond à remplacer la moitié gauche (partie à gauche de l'axe Oy) par le symétrique de la moitié droite de la courbe.

🖱 Les transformations agissant sur le x de l'équation $y = f(x)$ produisent des transformations horizontales dans le «sens contraire» (translation à droite pour une soustraction, étirement horizontal pour une division)
 🖱 Les transformations agissant sur le y de l'équation produisent des transformations verticales dans le sens direct (translation vers le haut pour une addition étirement vertical pour une multiplication)

Voir tableau synthétique à la page suivante

Transformation du graphe d'une fonction selon les transformations algébrique de la fonction Modification sur y			
Algèbre	Géométrie	Algèbre	Géométrie
Modification sur y	Transformation verticale	Modification sur x	Transformation horizontale
$g(x) = \dots$	Transformation du graphe	$g(x) = \dots$	Transformation du graphe
$f(x) + a$	Translation verticale de vecteur $\begin{pmatrix} 0 \\ a \end{pmatrix}$	$f(x - c)$	Translation horizontale de vecteur $\begin{pmatrix} b \\ 0 \end{pmatrix}$
$b \cdot f(x)$	Etirement vertical de facteur b	$f\left(\frac{x}{d}\right)$	Etirement vertical de facteur d
$ f(x) $	Symétrisation vers le haut des parties de la courbe au-dessous de l'axe des x	$f(x)$	Symétrisation vers la gauche de la moitié droite de la courbe
Parité d'une fonction			
$f(-x) = -f(x)$	Symétrie axiale d'axe Ox	$f(-x) = f(x)$	Symétrie axiale d'axe Oy

sd/février 2008