






Résumé d'analyse combinatoire

<p>Principe de multiplication</p> <ul style="list-style-type: none"> Combien de menus différents peut-on composer avec 3 possibilités pour l'entrée, 7 possibilités pour le plat principal et 5 choix de desserts ? 	<p>On choisit une entrée, un plat principal et un dessert <i>indépendamment</i> les uns des autres</p> $3 \cdot 7 \cdot 5 = 105$	<p>Principe d'addition</p> <ul style="list-style-type: none"> Combien de menus différents avons-nous avec le choix entre trois restaurants, le premier offrant 12 menus différents, le second 25 menus, et le troisième 15 menus, tous différents ? 	<p>On peut aller soit au premier restaurant, soit au 2e, soit au 3e...</p> $12 + 25 + 15 = 52$
<p><i>Problème(s)-type</i></p>		<p><i>Exemples numériques</i></p>	<p><i>Formules générales et touches calculatrices</i></p>
<p>Permutations simples</p>			
<ul style="list-style-type: none"> De combien de manières peut-on ordonner 6 objets ? De combien de manières peut-on disposer 6 personnes dans un salon de 6 places ? 	$6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 6! = 120$	$P_n = n(n-1)\dots \cdot 2 \cdot 1 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n!$	
<p>Arrangements simples</p>			
<ul style="list-style-type: none"> De combien de manières peut-on choisir un comité de 3 personnes (avec 3 fonctions différentes) parmi un groupe de 20 personnes ? De combien de manières peut-on disposer 3 personnes dans un salon de 20 places ? Combien y a-t-il de suites ordonnées de 3 nombres distincts de 1 à 20 ? 	$\underbrace{20 \cdot 19 \cdot 18}_{3 \text{ facteurs}} = \frac{20 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1}{17 \cdot 16 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1} = \frac{20!}{(20-3)!}$	$A_p^n = \underbrace{n(n-1)\dots(n-p+1)}_{p \text{ facteurs}} = \frac{n!}{(n-p)!}$	
<p>Combinaisons</p>			
<ul style="list-style-type: none"> De combien de manières peut-on choisir un groupe de 3 personnes parmi un groupe de 20 personnes ? Combien de parties à 3 éléments y a-t-il dans un ensemble à 20 éléments ? 	$\underbrace{\frac{20 \cdot 19 \cdot 18}{1 \cdot 2 \cdot 3}}_{3 \text{ facteurs}} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1}{(1 \cdot 2 \cdot 3) \cdot (17 \cdot 16 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1)} = \frac{20!}{3! \cdot (20-3)!} = \underbrace{20 \cdot 19 \cdot 3}_{\text{calcul sans calculatrice}} = 1140$	$C_p^n = \frac{n(n-1)\dots(n-p+1)}{\underbrace{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot p}_{p \text{ facteurs}}} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$	
<p>Arrangements avec répétition</p>			
<ul style="list-style-type: none"> Combien de mots de 5 lettres peut-on écrire avec un alphabet à 26 lettres ? Combien de résultats en jetant 3 fois de suite un dé à 6 faces (en tenant compte de l'ordre) ? 	$26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 26 = 26^5$ $6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^3$	$\overline{A}_p^n = n^p$	 ou 
<p>Permutations avec répétition</p>			
<ul style="list-style-type: none"> De combien de manières peut-on ordonner une ligne de 18 jetons de couleurs, avec 3 jetons rouges, 4 jaunes, 5 verts et 6 bleus ? De combien de manières peut-on regrouper 18 personnes autour de 4 tables de 3, 4, 5 et 6 places ? $3+4+5+6 = 18$	$C_3^{18} \cdot C_4^{15} \cdot C_5^{11} \cdot \underbrace{\left[C_6^6 \right]}_{=1} = \frac{18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 6} = \frac{18!}{3! \cdot 4! \cdot 5! \cdot 6!}$	$\overline{P}_{ijk\dots m}^n = \frac{n!}{i! \cdot j! \cdot k! \cdot \dots \cdot m!} = C_i^n \cdot C_j^{n-j} \cdot C_k^{n-j-k} \cdot \dots$ <p>(avec $n = i + j + k + \dots + m$)</p>	